

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Prova scritta di Matematica Generale (EGA – Corso B)
Dott. Giovanni Masala – 22 settembre 2010.

PRIMA PARTE

Domanda 1 (punti 5; punti 4 per la prova completa).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 3}$$

Dominio (punti 2)	$E = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
Positività (punti 2)	$P = (1, 3) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni (punti 1)	$A(1;0) \quad B(4;0) \quad C(0;-4/3)$

Domanda 2 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 4)$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{2x}{x^2 + 4}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{2(4 - x^2)}{(x^2 + 4)^2}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa per $-2 < x < 2$; flesso per $x = \pm 2$

Domanda 3 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2}{4 + x^2}$

Derivata prima (punti 2)	$f'(x) = \frac{8x}{(4 + x^2)^2}$
Estremi (punti 3)	$m(0;0)$; crescente per $x > 0$

Domanda 4 (punti 5; punti 3 per la prova completa). Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{x^4 + 1}{x \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} \setminus \{0, -1, 2\}$
As. verticali (punti 2)	$x = 0$; $x = -1$; $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = x + 1$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero I parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il teorema di De L'Hospital (punti 4)
- Il legame tra continuità e discontinuità (punti 3)
- Definizione di crescita e decrescenza in un punto (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



SECONDA PARTE

Domanda 5 (punti 6; punti 4 per la prova completa).

Risolvere i seguenti integrali indefiniti e definiti:

$$\int_0^1 \left(\frac{4x^3}{1+2x^4} - x \cdot (x+1) \right) dx \quad \text{e} \quad \int \left(x^2 \cdot e^{1+x^3} + \frac{1}{2x^2} \right) dx$$

Integrale definito (punti 3)	$\frac{\log 27 - 5}{6} \approx -0,28$
Integrale indefinito (punti 3)	$\frac{1}{3} e^{1+x^3} - \frac{1}{2x} + c$

Domanda 6 (punti 6; punti 5 per la prova completa).

Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x - y + k \cdot z = 1 \\ k \cdot x + y + z = 2 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k \neq \pm 1$ (soluzione unica)
Soluzioni (punti 4)	$\left(x = \frac{2k-1}{2(k^2-1)}; y = \frac{2k-1}{2(k+1)}; z = \frac{4k-5}{2(k^2-1)} \right)$

Domanda 7 (punti 8; punti 6 per la prova completa).

Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 2x - 4y + 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + y = 3$.

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x + 2 \quad f_y = 6y - 4$
Estremi liberi (punti 3)	$m(-1; 2/3; 5/3) \quad H = 12 \quad f_{xx} = 2$
Estremi vincolati (punti 3)	$m(3/2; 3/2; 10) \quad \lambda = 5 \quad H = -8$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero II parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il significato dell'integrale definito (punti 4)
- Il teorema di Cramer (punti 3)
- La condizione sufficiente per la ricerca degli estremi vincolati (punti 3)